



Correction 2021-2022

M8



BIOSTATISTIQUES

QRU 1 : Quelle est la proposition exacte à propos des approches sur lesquelles se sont construites les probabilités ?

- A. Faux. Il existe deux approches, à savoir l'approche fréquentiste et l'approche Bayésienne ou subjective.
- B. Faux. L'approche fréquentiste est basée sur la stabilisation limite de la fréquence lors de la répétition d'un événement un grand nombre de fois.
- C. Faux. L'approche dite subjective, aussi appelée approche Bayésienne, est basée sur le degré de confiance dans la réalisation d'un événement aléatoire.
- D. Faux. John Graunt recueille au XVII^{ème} siècle les données des billets de mortalité et les traite afin d'estimer les causes de décès. Son travail relève de la statistique descriptive.
- E. **Vrai.** L'approche fréquentiste repose sur la loi des grands nombres.

QRU 2 : A propos de l'espérance

- A. Faux. Cf.item B.
- B. **Vrai.** La formule de l'espérance est $E(X) = \sum x_i p_i$, avec dans cet exercice x_i l'évènement "nombre de doses" et p_i la probabilité de l'évènement.

Soit le tableau suivant résumant les informations obtenues grâce à l'énoncé :

| x_i | 0 dose de vaccin reçue | 1 dose de vaccin reçue | 2 doses de vaccin reçues | 3 doses de vaccin reçues |
|-------|-------------------------|-------------------------|--------------------------|--------------------------|
| p_i | $\frac{13}{100} = 0,13$ | $\frac{12}{100} = 0,12$ | $\frac{25}{100} = 0,25$ | $\frac{50}{100} = 0,50$ |

Donc, $E(X) = 0 \times 0,13 + 1 \times 0,12 + 2 \times 0,25 + 3 \times 0,50 = 0,12 + 0,50 + 1,50 = 2,12$.

- C. Faux. Cf.item B.
- D. Faux. Cf.item B.
- E. Faux. Cf.item B.

QRU 3 : A propos des lois de probabilités

- A. Faux. Cf. item E.
- B. Faux. Cf. item E.
- C. Faux. Cf. item E.
- D. Faux. Cf. item E.
- E. **Vrai.** Il est question d'étudier une probabilité sur un intervalle de temps, la loi de Poisson est donc la plus adaptée. Son seul paramètre est la moyenne $m = 5$. Il ne reste que deux lits, il faut alors chercher $P(X \leq 2)$, cette loi étant

discrète $P(X \leq 2) = P(X = 0) + P(X = 1) + P(X = 2)$ en appliquant la formule $P(X = k) = e^{-m} \times \frac{m^k}{k!}$ alors

$$P(X \leq 2) = (e^{-5} \times \frac{5^0}{0!}) + (e^{-5} \times \frac{5^1}{1!}) + (e^{-5} \times \frac{5^2}{2!}) = e^{-5} (\frac{5^0}{0!} + \frac{5^1}{1!} + \frac{5^2}{2!}) = e^{-5} (1 + 5 + \frac{25}{2}) = \frac{37}{2} e^{-5}.$$

QRU 4 : A propos de la corrélation

- A. Faux. Cf. item D.
- B. Faux. Cf. item D.
- C. Faux. Cf. item D.
- D. **Vrai.** Il faut dans un premier temps calculer le coefficient de corrélation :

$$r = \frac{\sigma_{xy}}{\sigma_x \sigma_y} = \frac{120}{15 \times 10} = \frac{12}{15} = \frac{4}{5}$$

Ensuite, il faut réaliser un test paramétrique de Pearson dont la statistique suit la formule :

$$t_c \approx \frac{|r| \sqrt{n-2}}{\sqrt{1-r^2}}$$

Avec t_c le paramètre discriminant, r le coefficient de corrélation et n le nombre de patients.

Après calcul il est obtenu :

$$t_c \approx \frac{|r| \sqrt{n-2}}{\sqrt{1-r^2}} = \frac{\left|\frac{4}{5}\right| \sqrt{51-2}}{\sqrt{1-\left(\frac{4}{5}\right)^2}} = \frac{\frac{4}{5} \sqrt{49}}{\sqrt{1-\frac{16}{25}}} = \frac{\frac{4}{5} \times 7}{\sqrt{\frac{9}{25}}} = \frac{\frac{4}{5} \times 7}{\frac{3}{5}} = \frac{28}{3} = 9,33.$$

- E. Faux. Cf. item D.

QRU 5 : Concernant l'effet nocebo, quelle est la proposition exacte ?

- A. Faux. La modification du comportement liée au simple fait d'être observé ou inclus dans une étude correspond à l'effet Hawthorne.
- B. Faux. D'après l'effet Pygmalion, croire en la réussite de quelqu'un augmente ses probabilités de succès. L'effet nocebo, quant à lui, renvoie aux effets délétères induits par une substance inerte.
- C. Faux. L'effet placebo correspond aux effets bénéfiques d'une substance inerte.
- D. **Vrai.** L'effet nocebo correspond aux effets délétères engendrés par une substance inerte. Il peut être à l'origine de sorties d'études.
- E. Faux. L'effet nocebo correspond aux effets délétères engendrés par une substance inerte.

QRU 6 : Concernant la clause d'ambivalence, quelle est la proposition exacte ?

- A. Faux. La clause d'ambivalence doit être respectée pour débiter un essai randomisé. Il n'y a pas de randomisation dans les études cas-témoins.
- B. **Vrai.** La clause d'ambivalence est l'état d'incertitude qui légitime la randomisation.
- C. Faux. Le fait de ne pas savoir dans quel groupe le patient sera alloué quand il est inclus correspond à l'allocation secrète.
- D. Faux. La clause d'ambivalence est l'état d'incertitude dans lequel se trouve la communauté scientifique sur le fait qu'un des deux traitements comparés soit meilleur que l'autre.
- E. Faux. Il y a ambivalence puisque l'efficacité entre les deux traitements présentés est différente.

QRU 7 : D'après Cockayne et al (Bmj 2011;342:d3271). (1)

- A. Faux. Il s'agit d'un test du χ^2 d'indépendance car deux variables qualitatives sont comparées. Le test de Fisher est utilisé lors de comparaisons de deux variables quantitatives, par exemple deux variances.
- B. Faux. Cf. item E.
- C. Faux. Cf. item E.
- D. Faux. Cf. item E.
- E. **Vrai.** Un test du χ^2 est réalisé.

1. Formuler les hypothèses :

H_0 : les variables traitements et disparition de la verrue sont indépendantes

H_1 : il existe une association entre les variables traitements et disparition des verrues

2. Vérifier les conditions de validité :

Dans le test du χ^2 , la condition de validité est que $Effectifs_{théoriques} \geq 5$, pour vérifier, il est nécessaire de faire 2 tableaux de contingence, le premier avec les effectifs observés :

| | Cryothérapie | Acide salicylique | Total |
|--------------------------|--------------|-------------------|-------|
| Disparition de la verrue | 18 | 42 | 60 |
| Persistance de la verrue | 102 | 198 | 300 |
| Total | 120 | 240 | 360 |

Le deuxième avec les effectifs théoriques, avec pour rappel :

$$Effectif_{théorique} = \frac{total\ ligne \times total\ colonne}{TOTAL}$$

| | Cryothérapie | Acide salicylique | Total |
|--------------------------|--------------|-------------------|-------|
| Disparition de la verrue | 20 | 40 | 60 |
| Persistance de la verrue | 100 | 200 | 300 |
| Total | 120 | 240 | 360 |

Ce tableau permet ainsi d'affirmer que les conditions du test sont bien remplies.

3. Calculer la statistique du test :

$$Statistique\ du\ \chi^2 : \chi^2 = \sum \frac{(n_{observé} - n_{théorique})^2}{n_{théorique}}$$

Ce qui amène au calcul suivant :

$$\begin{aligned} \chi^2_{calc} &= \frac{(18 - 20)^2}{20} + \frac{(42 - 40)^2}{40} + \frac{(100 - 102)^2}{100} + \frac{(198 - 200)^2}{200} \\ &= \frac{2^2}{20} + \frac{2^2}{40} + \frac{2^2}{100} + \frac{2^2}{200} \\ &= 2^2 \left(\frac{1}{20} + \frac{1}{40} + \frac{1}{100} + \frac{1}{200} \right) = 0,2 + 0,1 + 0,04 + 0,02 = 0,36 \end{aligned}$$

4. Conclusion statistique :

La valeur théorique se lit dans la table du χ^2 à 1 ddl car il s'agit d'un tableau 2 x 2 cases. Il vaut donc 3,84. Etant donné que $0,36 < 3,84$, donc $\chi^2_{calc} < \chi^2_{théo}$, il n'y a pas de rejet de H_0 , la différence est donc non significative, ce qui signifie qu'il n'y a pas de différence significative d'efficacité entre les deux traitements.

QRU 8 : D'après Cockayne et al (Bmj 2011;342:d3271). (2)

A. **Vrai.** La comparaison d'une proportion observée (proportion de succès sous cryothérapie ou acide salicylique) à une proportion théorique (disparition spontanée) est utilisé dans ce cas, ce qui correspond a un test de type Chi^2 d'ajustement. Les mêmes étapes doivent être effectuées :

1. Emettre les hypothèses :

H_0 : les proportions de succès sous cryothérapie sont les mêmes qu'en disparitions spontanées

H_1 : les proportions de succès sous cryothérapie sont différentes que les proportions de disparitions spontanées

2. Faire un tableau de contingence :

| | Cryothérapie | Disparition spontanée |
|----------------------------------|--------------|-----------------------|
| Disparition dans les 12 semaines | 18 | 12 |
| Disparition après 12 semaines | 102 | 108 |
| Total | 120 | 120 |

3. Pour connaître les valeurs pour la disparition spontanée, il faut extrapoler les proportions à la valeur totale de cryothérapie afin de savoir si une différence entre une disparition spontanée et le traitement existe ou si c'est seulement dû au hasard :

$$10\% \text{ de } 120 = 0,10 \times 120 = 12$$

4. Calculer la statistique du test :

$$\chi^2 = \frac{(18 - 12)^2}{12} + \frac{(102 - 108)^2}{108} = \frac{6^2}{12} + \frac{6^2}{108} = \frac{36 \times 9}{12 \times 9} + \frac{36}{108} = \frac{324}{108} + \frac{36}{108} = \frac{360}{108}$$

B. **Faux.** Dans ce cas, c'est l'acide salicylique qui est comparé à la disparition spontanée, c'est donc également un test du Chi^2 d'ajustement.

1. Poser les hypothèses :

H_0 : l'acide salicylique a une efficacité identique à l'évolution naturelle

H_1 : l'acide salicylique a une efficacité différente de l'évolution naturelle

2. Faire un tableau de contingence :

| | Acide salicylique | Disparition spontanée |
|--|-------------------|-----------------------|
| Disparition dans les 12 premières semaines | 42 | 24 |
| Disparition après 12 semaines | 198 | 216 |
| Total | 240 | 240 |

3. Pour connaître les valeurs pour la disparition spontanée, il faut extrapoler les proportions à la valeur totale du traitement par acide salicylique afin de savoir si une différence entre une disparition spontanée et le traitement existe ou si c'est seulement dû au hasard :

$$10\% \text{ de } 240 = 0,10 \times 240 = 24$$

4. Calculer la statistique de test et conclure:

$$\chi^2_{calc} = \frac{(42 - 24)^2}{24} + \frac{(198 - 216)^2}{216} = \frac{18^2}{24} + \frac{18^2}{216} = \frac{324 \times 9}{24 \times 9} + \frac{324}{216} = \frac{2916}{216} + \frac{324}{216} = \frac{3240}{216} = 15$$

La valeur théorique se lit dans la table du Chi^2 a 1 ddl, elle vaut donc 3,84.

Sachant que $Chi^2_{calc} > Chi^2_{théorique}$, il y a donc une différence significative.

Pour conclure, on peut conclure que l'acide salicylique est significativement plus efficace par rapport a une disparition spontanée.

- C. Faux. C'est un test de type χ^2 d'ajustement. Le test de Mc Nemar se fait lors de comparaison de 2 variables chez un même patient, par exemple lors d'étude sur un effet secondaire d'un médicament.
- D. Faux. Il n'est pas nécessaire de connaître la taille de l'échantillon de l'effectif théorique pour appliquer le test du χ^2 d'ajustement mais seulement la proportion de celle-ci. Dans certains cas, l'effectif théorique n'est pas estimé sur un échantillon mais sur une population entière dont on ne connaît l'effectif exacte.
- E. Faux. Pour trouver l'intervalle de confiance de la proportion de succès sans traitement, il faut additionner et soustraire à la 10 une certaine valeur. Puisque l'intervalle n'est pas centré sur 10, il est forcément faux.

QRU 9 : A propos des tests diagnostiques

- A. Faux. La valeur prédictive positive et la valeur prédictive négative sont des qualités extrinsèques d'une étude. Ce sont des valeurs qui sont donc dépendantes de la prévalence de la maladie dans la population.
- B. **Vrai.** D'après les informations contenues dans l'énoncé, il est possible de remplir un tableau de contingence.

| | Malade: M^+ | Non malade: M^- | Total |
|---------------------|---------------|-------------------|-------|
| Test positif: T^+ | $VP = 96$ | $FP = 24$ | 120 |
| Test négatif: T^- | $FN = 144$ | $VN = 216$ | 360 |
| Total | 240 | 240 | 480 |

La sensibilité est de 40%: $\frac{40}{100} = \frac{VP}{VP+FN} = \frac{VP}{240}$ donc $VP = \frac{40 \times 240}{100} = 96$.

La spécificité est de 90%: $\frac{90}{100} = \frac{VN}{VN+FP} = \frac{VN}{240}$ donc $VN = \frac{90 \times 240}{100} = 216$.

$$FP = 240 - 216 = 24.$$

$$FN = 240 - 96 = 144.$$

- C. Faux. Cf. item B.
- D. Faux. Cf. item B.
- E. Faux. Cf. item B.

QRU 10 : A propos de la survie

- A. Faux. $S(t)$ est une fonction montone, décroissante et continue.
- B. Faux. $S(0) = 1$ car au début de l'étude, tous les sujets sont vivants.
- C. Faux. $S(t) = P(T \geq t) = 1 - F(t)$, avec $F(t)$ la probabilité de décéder.
- D. **Vrai.** Au début d'une étude de survie, tous les sujets sont vivants. Or, les sujets vivants à un instant t décèdent au cours de l'étude après avoir atteint le seuil dans l'évènement d'intérêt. Ainsi, $\lim_{t \rightarrow +\infty} S(t) = 0$.
- E. Faux. La courbe de survie est la complémentaire de la courbe de fonction de répartition, elle peut être estimée par la méthode de Kaplan Meier ou encore la méthode dite flash ou directe.

QRU 11 : Quelle est la proposition exacte à propos des études de recherche clinique ?

- A. Faux. Les études cas-témoins permettent de comparer la fréquence d'exposition à un facteur de risque présumé chez des sujets malades à la fréquence d'exposition à ce même facteur de risque chez des sujets non malades et de mettre en évidence une association. Toutefois, elles ne permettent pas de conclure à une relation de causalité. Seules les études contrôlées randomisées le permettent.
- B. Faux. Les cas cliniques correspondent à des études descriptives. Ces études possèdent le niveau de preuve le plus faible et sont en bas de la pyramide.
- C. Faux. Le risque relatif peut uniquement être estimé dans une étude de cohorte tandis que l'odds ratio est calculé dans les études de cohorte et cas témoins.
- D. Faux. L'étude de cohorte est une étude ayant pour objectif de comparer la survenue d'une maladie dans plusieurs groupes d'individus initialement indemnes de la maladie et définis en fonction de leur exposition à un facteur de risque soupçonné de cette maladie. Elle est donc inefficace pour les maladies rares car nécessite le suivi d'un grand nombre d'individus.
- E. **Vrai.** Une revue systématique a pour but d'identifier, d'évaluer de manière critique et de synthétiser l'ensemble des études faites sur un sujet permettant de répondre à une question clairement formulée.

QRU 12 : A propos des tests statistiques

- A. Faux. Il n'est pas mentionné dans l'énoncé si l'essai a été réalisé en aveugle.
- B. Faux. Le test du chi deux permet l'étude de la liaison entre deux variables qualitatives. Ici la liaison entre des boissons et le score de la concentration, qui est une variable quantitative, est étudiée.
- C. Faux. Il n'y a pas de groupe placebo dans cette étude.
- D. Faux. Le critère de jugement principal est le score de la concentration à 1 mois.
- E. **Vrai.** Il s'agit d'un test de l'écart-réduit où les échantillons sont supérieurs à 30 et les écart-types des populations sont inconnus.

1. Poser les hypothèses :

H_0 : Il n'y a pas de différence significative de score de concentration à 1 mois entre le groupe "café" et le groupe "pamplemousse".

H_1 : Il y a une différence significative de score de concentration à 1 mois entre le groupe "café" et le groupe "pamplemousse".

2. Supposer H_0 vraie.

3. Calculer la valeur de la fonction discriminante :

$$z_c = \frac{|\bar{x}_1 - \bar{x}_2|}{\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}} = \frac{|97 - 89|}{\sqrt{\frac{32^2}{150} + \frac{32^2}{150}}} = \frac{8}{\sqrt{\frac{1024 + 1024}{150}}} = \frac{8}{\sqrt{\frac{2048}{150}}} = \frac{8}{\sqrt{13,7}} = \frac{8}{3,70} \approx 2,16$$

4. Fixer le risque α , déduire la valeur seuil et comparer :

En cherchant z_α dans la table de la loi Normale à $\alpha = 5\%$: $z_\alpha = 1,960$

$z_\alpha < z_c$, la différence est significative, on rejette H_0 au risque $\alpha = 5\%$.

De plus, la p-value, qui est la plus petite valeur α pour laquelle la différence reste significative, est de 0,03.

Cela signifie qu'à un risque supérieur à $\alpha = 3\%$, la différence est significative. Donc en prenant par défaut un risque $\alpha = 5\%$, la différence est obligatoirement significative.

QRU 13 : A propos des tests paramétriques (1)

A. Faux. Cf. item B.

B. **Vrai.** Il s'agit ici d'un test de type moyenne observée-moyenne théorique. Dans l'énoncé, il est indiqué que $n < 30$ et σ_p est inconnu, il faut alors réaliser le test de Student. La statistique de test vaut $t_c = 2,062$ et il est dit dans l'énoncé que les conditions sont remplies pour réaliser le test, cela signifie notamment que la normalité de la distribution des données est respectée. Dans ce cas, il est possible de lire la valeur théorique dans la table de Student à $n - 1$ ddl : $25 - 1 = 24$ ddl. Pour un risque $\alpha = 5\%$, $t_\alpha = 2,064$, donc $t_c < t_\alpha$. Au risque $\alpha = 5\%$, la valeur absolue de la statistique du test est inférieure à la valeur seuil et l'hypothèse nulle H_0 ne peut pas être rejetée.

C. Faux. Cf. item B.

D. Faux. Cf. item B.

E. Faux. Cf. item B.

QRU 14 : A propos des tests paramétriques (2)

- A. Faux. Le test de Fisher est utilisé pour les tests de type moyenne observée-moyenne observée où les écarts-types sont inconnus et n_1 et n_2 sont inférieurs à 30.
- B. Faux. Cf. item C.
- C. **Vrai.** Il s'agit ici d'un test de type moyenne observée-moyenne théorique. Les moyennes des deux groupes sont données ainsi que la variance estimée. Les données sont normalement distribuées.

1. Poser les hypothèses :

H_0 : il n'y a pas de différence significative entre la population observée et la population de référence sur le test d'évaluation des fonctions cognitives effectué.

H_1 : il y a une différence significative entre la population observée et la population de référence sur le test d'évaluation des fonctions cognitives effectué.

2. Supposer H_0 vraie.

3. Calculer la valeur de la fonction discriminante :

$$|t_c| = \frac{|\bar{X} - \mu_p|}{\frac{s}{\sqrt{n}}} = \frac{|50 - 48|}{\frac{2}{\sqrt{18}}} = \frac{2}{\frac{2}{\sqrt{18}}} = 2 \times \frac{\sqrt{18}}{2} = \sqrt{18} = 3\sqrt{2} \approx 4,24.$$

4. Trouver la valeur seuil pour $\alpha = 5\%$ dans la table de Student à $n - 1$ ddl et conclure :

Il y a 18 individus dans le groupe, il faut donc chercher la valeur théorique à 17 ddl. Il est trouvé $t_\alpha = 2,11$.

Donc, $t_\alpha < t_c$, la différence est significative et l'hypothèse H_1 est acceptable au risque $\alpha = 5\%$.

D. Faux. Cf. item C.

E. Faux. Cf. item C.

QRU 15 : A propos du test de Fisher

A. Faux. Cf. item D.

B. Faux. Cf. item D.

C. Faux. Cf. item D.

D. **Vrai.** Il faut réaliser un test d'égalité pour comparer les paramètres des deux échantillons à l'aide d'un test de Fisher. D'une part $n_1 = 16$ et $s_1^2 = 36$, d'autre part $n_2 = 13$ et $s_2 = 4$ donc $s_2^2 = 16$.

1. Poser les hypothèses :

H_0 : Il n'y a pas de différence significative entre les activités sur le débit de filtration des deux antihypertenseurs.

H_1 : Il y a une différence significative entre les activités sur le débit de filtration des deux antihypertenseurs.

2. Supposer H_0 vraie.

3. Calculer la fonction discriminante :

$$F_c = \frac{s_1^2}{s_2^2}$$

Avec $s_1^2 > s_2^2$ donc $F_c = \frac{36}{16} = \frac{9}{4} = 2,25$.

4. Trouver la valeur seuil pour $\alpha = 0,05$ dans la table de Fisher à 2,5% en lisant avec $n_{num} - 1$ ddl colonne et $n_{dén} - 1$ ddl ligne soit la 15^{ème} colonne et la 12^{ème} ligne, $F_\alpha = 3,117$.

5. Conclure : $F_c = 2,25 < 3,117$. La différence est non significative.

E. Faux. Cf. item D.

QRU 16 : A propos des tests statistiques

- A. Faux. Cf. item D.
 B. Faux. Cf. item D.
 C. Faux. Cf. item D.
 D. **Vrai.** La loi de distribution étant inconnue et l'échantillon étant de petite taille, car $n = 8$, un test non paramétrique est utilisé. Sachant que, dans ce test, une variable quantitative est mesurée deux fois chez un même sujet, il s'agit d'un test de Wilcoxon sur séries appariées.

1. Poser les hypothèses :

H_0 : Il n'existe pas de variation significative de la pression systolique avant et après la mise en place d'un traitement chez ses patients.

H_1 : Il existe une variation significative de la pression systolique avant et après la mise en place d'un traitement chez ses patients.

2. Supposer H_0 vraie.

3. Calculer la différence de chaque paire puis les classer dans l'ordre croissant en précisant le signe de chaque différence :

| | | | | | | | | |
|----------------------------------|-----|-----|-----|------|-----|-----|-----|-----|
| Avant | 148 | 159 | 171 | 148 | 152 | 160 | 149 | 156 |
| Après | 141 | 150 | 165 | 154 | 154 | 153 | 142 | 147 |
| Différences entre avant et après | 7 | 9 | 6 | -6 | -2 | 7 | 7 | 9 |
| Rangs des différences | 5 | 7,5 | 2,5 | -2,5 | -1 | 5 | 5 | 7,5 |

4. Calculer la somme des rangs des différences positives, notée W_p :

$$W_p = 5 + 7,5 + 2,5 + 5 + 5 + 7,5 = 32,5$$

5. Calculer la valeur absolue de la statistique du test, z_c :

$$10z_c = \frac{\left| W_p - \frac{n(n+1)}{4} \right|}{\sqrt{\frac{1}{24}n(n+1)(2n+1)}} = \frac{\left| 32,5 - \frac{8 \times 9}{4} \right|}{\sqrt{\frac{1}{24} \times 8 \times 9 \times 17}} = \frac{32,5 - 18}{\sqrt{\frac{1224}{24}}} = \frac{14,5}{\sqrt{51}}$$

E. Faux. Cf. item D.

QRU 17 : À propos des statistiques descriptives

A. Faux. Cf. item D.

B. Faux. Cf. item D.

C. Faux. Cf. item D.

D. **Vrai.** Les données sont ici réparties en trois échantillons d'effectifs n_1, n_2 et n_3 avec $n_3 = n_1 + n_2 = 2n_1 = 2n_2$.

Ainsi, la moyenne \bar{x} se calcule par la formule suivante, $\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^k n_i x_i$ avec n_i l'effectif d'un échantillon, N l'effectif total et x_i la variable étudiée, ici l'âge. Ainsi, $N = n_1 + n_2 + n_3 = n_1 + n_1 + 2n_1 = 4n_1$. Soit :

$$\begin{aligned} \bar{x} &= \frac{1}{4n_1} (n_1 \times 27 + n_2 \times 29 + n_3 \times 32) = \frac{1}{4n_1} (n_1 \times 27 + n_1 \times 29 + 2n_1 \times 32) = \frac{n_1(27 + 29 + 2 \times 32)}{4 \times n_1} \\ &= \frac{27 + 29 + 2 \times 32}{4} = \frac{120}{4} = 30. \end{aligned}$$

E. Faux. Cf. item D.

QRU 18 : A propos des statistiques descriptives

- A. Faux. Cf. item C.
 B. Faux. Cf. item C.
 C. **Vrai.** La médiane est la valeur qui sépare la moitié inférieure et la moitié supérieure. Dans ce cas-là, elle se trouve entre la 150^{ème} et 151^{ème} valeur, qui sont toutes les deux égales à 0 car $n = 300$. Il y a 151 femmes n'ayant aucun enfant à charge.
 $\frac{0+0}{2} = 0$, la médiane est donc de 0.

| Nombre d'enfant(s) à charge | Proportion sur $n = 300$ | Proportion en pourcentage |
|-----------------------------|--------------------------|---------------------------|
| 0 | 151 | 50,33 |
| 1 | 110 | 36,67 |
| 2 | 26 | 8,67 |
| Plus de 2 | 13 | 4,33 |

- D. Faux. Il faut fusionner les données des deux villes. La proportion de femmes ayant moins de deux enfants est égale à celle des femmes ayant un enfant à celle additionnée à celle des femmes n'ayant aucun enfant :

$$\frac{102}{300} + \frac{49}{300} + \frac{76}{300} + \frac{34}{300} = \frac{261}{300}$$

Il faut ensuite traduire cette proportion en pourcentage : $\frac{261 \times 100}{300} = 87\%$.

- E. Faux. Il faut additionner les données des deux villes pour trouver la proportion de femmes ayant plus de deux enfants : $\frac{10}{300} + \frac{3}{300} = \frac{13}{300}$. Pour calculer cette proportion en pourcentage : $\frac{13 \times 100}{300} = 4,33\%$.

QRU 19 : A propos des intervalles de confiance

- A. Faux. Cf. item B.
 B. **Vrai.** L'intervalle de confiance d'une moyenne, quand $n \geq 30$, s'exprime sous la forme :

$$\left[m - Z_{\alpha} \frac{s}{\sqrt{n}} ; m + Z_{\alpha} \frac{s}{\sqrt{n}} \right]$$

m étant l'estimation de la moyenne, s l'estimation de l'écart type dans la population, n la taille de l'échantillon et Z_{α} la valeur recherchée dans la table de l'écart réduit au risque consenti. Ici il est demandé un intervalle de confiance à 95 %, α vaut donc 5 %. La valeur trouvée dans la table est 1,96.

L'intervalle de confiance est $\left[26 - 1,96 \frac{12}{\sqrt{144}} ; 26 + 1,96 \frac{12}{\sqrt{144}} \right]$ soit après calcul : $IC_{95\%} = [24,04 ; 27,96]$.

- C. Faux. Cf. item B.
 D. Faux. Cf. item B.
 E. Faux. Cf. item B.

QRU 20 : À propos des lois de probabilités

- A. Faux. Cf. item D.
 B. Faux. Cf. item D.
 C. Faux. Cf. item D.
 D. **Vrai.** Pour la population pesant au moins 95 kg, la proportion sera égale à $1 - P(X \leq 95)$ et pour une population pesant au moins 101 kg, la proportion sera égale à $1 - P(X \leq 101)$. Ainsi, la proportion de sujets adultes masculins pesant au moins 101 kg parmi celle pesant au moins 95 kg sera égale à $\frac{1 - P(X \leq 101)}{1 - P(X \leq 95)}$. Avec une moyenne $\mu = 75$ et un écart-type $\sigma = 10$, il est possible d'écrire :

$$P(X \leq 101) = P\left(Z \leq \frac{101 - 75}{10}\right) = P(Z \leq 2,6) = F_z(2,6) \approx 0,995.$$

De la même manière :

$$P(X \leq 95) = P\left(Z \leq \frac{95 - 75}{10}\right) = P(Z \leq 2) = F_z(2) \approx 0,975.$$

Ainsi :

$$\frac{1 - P(X \leq 101)}{1 - P(X \leq 95)} = \frac{1 - 0,995}{1 - 0,975} = \frac{0,005}{0,025} = \frac{5}{25} = \frac{1}{5} = 20\%.$$

- E. Faux. Cf. item D.